

Probe Methodによる熱伝導率の測定

北海道大学工学部 浦上 晃 一

日本重化学工業株式会社 平子 嘉信

(昭和53年8月11日受理)

Probe Method for Determination of Thermal Conductivities of Natural Soils

Koichi URAKAMI* Yoshinobu HIRAKO**

*Faculty of Engineering, Hokkaido University ·

**Japan Metals and Chemicals Co., Ltd.

Abstract

Problems related to the probe method for determining thermal conductivities of natural soils were discussed. Measurements using three thermal probes with different diameters and numerical simulations indicate that thermal conductivity and heat capacity of the probe, thermal contact resistance with surrounding soil have significant effects on temperature curve plotted against elapsed time on semilogarithmic paper. Shape of the curve depends chiefly on temperature raise at small time. If thermal probe consists of poor conductive materials or hardly contacts with the soil, temperature in the probe is rapidly increased and inflection point appears in the temperature curve. Horizontal flow of heat into the soil gradually increases and it becomes stable flow, at large time the temperature curve approaches to an asymptote whose slope is given by heat supply in the probe and thermal conductivity of the soil. Consequently, thermal conductivity of the soil can be determined by measuring the slope of the asymptote

1. ま え が き

表土の熱伝導率の野外測定には、装置が簡便であり測定が容易であることから、probe method が用いられている。この方法は、Blackwell, J.H.(1954)の理論にもとづき、一定熱量を供給したときの円柱熱源の温度変化を測定し、表層の平均的な熱伝導率を比較的短時間に求めようとするもので、測定方法や測定装置については、すでに、斉藤武・岡垣理(1956)、梶原昌弘(1960)など数多くの研究がなされている。しかし、これらの方法はいずれも理論的な仮定とは異なった条件で測定しているにもかかわらず、斉藤・岡垣が試料の大きさによる影響を見積っている程度で、測定誤差についてはほとんど論じられていないし、測定結果をみると、熱源の温度変化が装置の構造や材質によって異なった傾向を示すなど、データの処理方法を再検討することが必要であると思われる。そこで、内部構造や大きさが異なる3つの測定装置を用いて比較実験するとともに数値計算を行ない、データ処理方法や測定誤差について考察した。

2. 測定方法および装置

Blackwellによれば、均質な無限媒質中に完全導体よりなる無限長の円柱熱源がある場合、熱

の供給を開始してからある程度時間が経過した後、熱源の温度変化は

$$\theta = A \ln t + B + \frac{1}{t} (C \ln t + D) \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 θ は熱源の温度変化、 t は熱の供給を開始してからの時間であり、係数A、B、C、Dは装置および媒質の熱的な特性、供給熱量、接触抵抗などによって決まる定数である。さらに時間経過すると、温度変化が

$$\theta = A \ln t + B \quad (2)$$

と表わされるようになり、係数Aが θ と $\ln t$ との関係から容易に求まり、単位時間単位長さあたりの供給熱量をQとすると、媒質の熱伝導率Kが

$$K = \frac{Q}{4\pi A} \quad (3)$$

によって決定できる。ところが、多くの場合、測定時間を短縮するために、温度変化を最小自乗法によって(1)式にあてはめ、係数Aを求めている。

測定装置は第1図に示されるように長さ120~130cmの円柱状のものであり、熱源の温度変化を測定するために、先端から50cmのところにサーミスターまたは白金抵抗体が封入してある。第2図に実験および数値計算に使用した測定装置の中心部の構造を示した。装置(A)は外径が3cmもあり、内部が空洞になっていて、ヒーター部分と真鍮の保護管との熱的な接触が悪いなど欠陥がある。装置(B)および(C)では、この点を改良するために、内部にマグネシアが充填してある。測定には、まず、装置を地表から垂直に深さ1mまで埋込み、装置が周囲の土壌と熱的に平衡に達した後、ヒーターに一定電流を流し、熱源の温度変化を測定する。

3. 測定方法の問題点

上述の3装置を用いて野外で測定すると、第3図に示されるように、変曲点をもつS字形の温度変化が得られる。変化の特徴から、熱の流れが変曲点の前で異なった傾向を示すと考えられるが、このように温度変化に変曲点が生ずる原因としてはつぎに述べるようなものが考えられる。(1)式は2つの仮定：(i)熱の流れは熱源に垂直である、(ii)熱源は完全導体である、のもとに導かれている。しかし、測定装置が有限長で、媒質が半無限であるために、2次元的な熱の流れが生じ、熱源の温度上昇率を減少させる。この影響はある程度時間経過した後に現われると考えられる。また、仮定(ii)は測定装置が保護管も含め1つの熱源となること、つまり、装置の内部で半径方向に温度差が生じないことを要求しているが、装置(A)のように熱伝導率が非常に小さい物質がある場合には、この仮定は満足されず、装置の内部に大きな温度勾配が生ずるまで熱源の温度が急激に上昇する。

ところが、2つの仮定が満足されている場合でも温度変化に変曲点が生ずることが(1)式から予想される。(1)式を $\ln t$ で微分すると、温度上昇率は

$$\frac{d\theta}{d(\ln t)} = A - \frac{1}{t} (C \ln t + D - C) \quad (4)$$

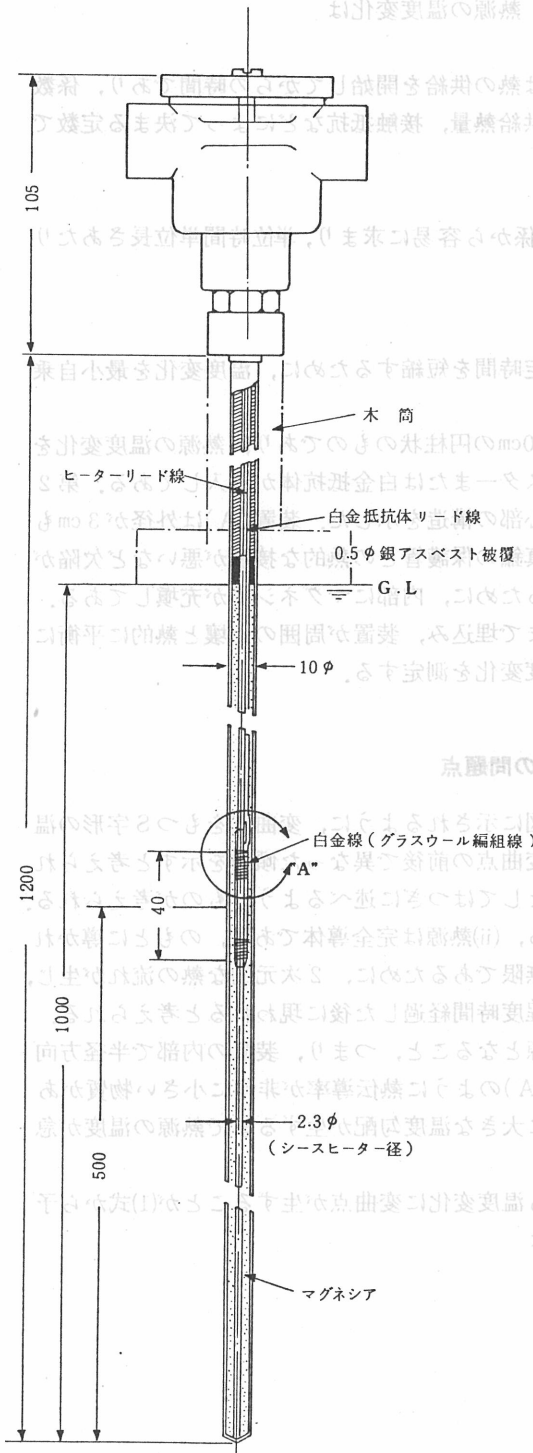
となり、さらに

$$\frac{d^2\theta}{d(\ln t)^2} = \frac{1}{t} (C \ln t + D - 2C) \quad (5)$$

となるから、温度変化は $t \rightarrow \infty$ および

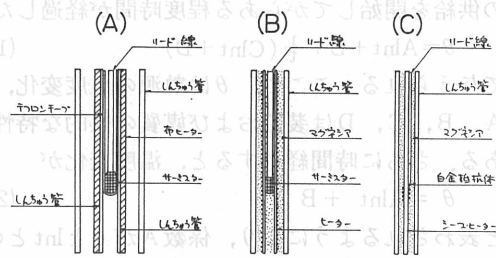
$$t = t_{\text{inf}} = \exp \left\{ 2 - \frac{D}{C} \right\}$$

において変曲点をとる。ただ、(1)式は large-time solution として与えられているものであり、この式が適用できる時間の下限 t_{min} が存在するので、 t_{inf} で変曲点となるためには、 $t_{\text{inf}} >$



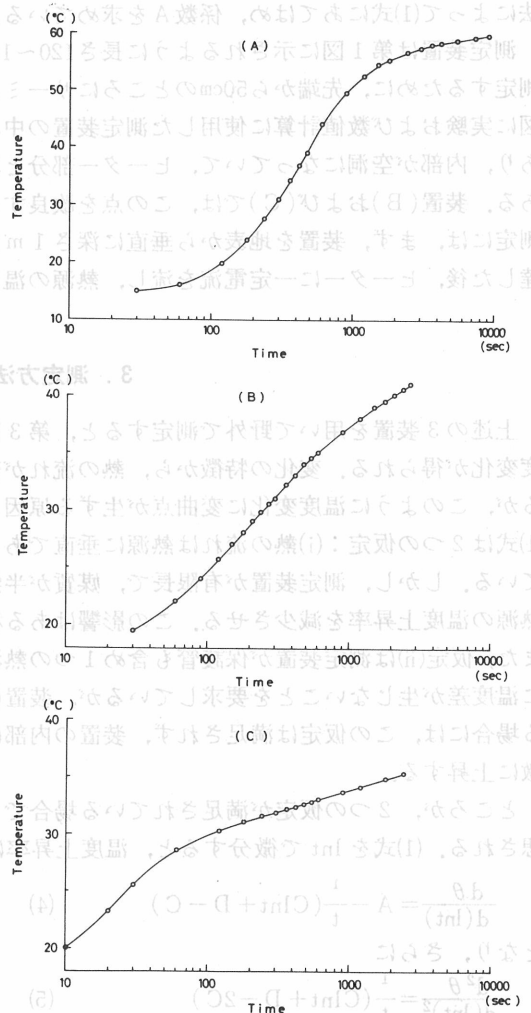
第1図 測定装置

第2図の装置(C)の全体の構造を示す



第2図 測定装置の中心部の構造

口径はそれぞれ3.0, 1.6, 1.0cm, (A)はしんちゅうの保護管の内部および内側のしんちゅう管の内部が空洞。



第3図 野外で測定した熱源の温度変化

(A), (B), (C)は装置(A), (B), (C)による測定, 測定場所は北海道濁川温泉, 北海道鹿部温泉, 北海道北湯沢温泉であり, 供給熱量はそれぞれ 3.2×10^{-2} , 6.3×10^{-2} , 4.7×10^{-2} cal/cm²sec.

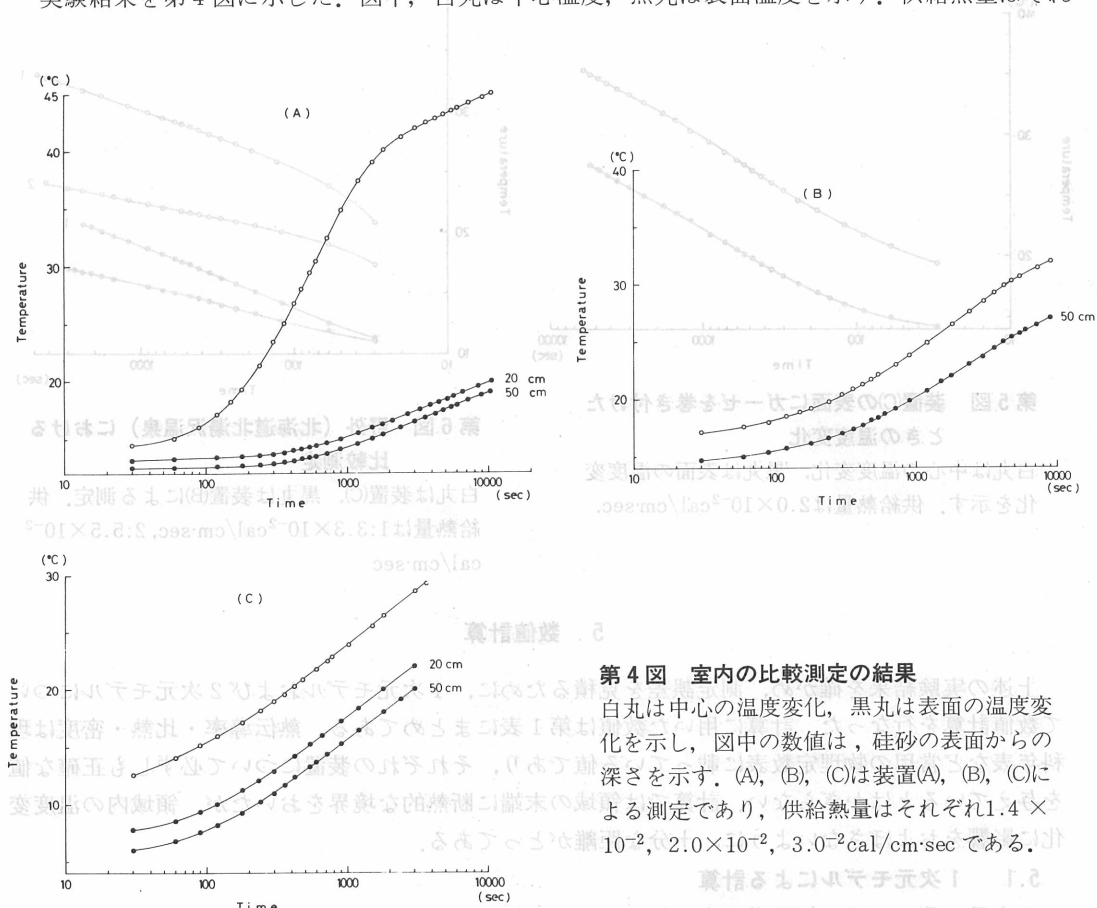
t_{min} でなければならない。この条件は測定装置と周囲の媒質との接触抵抗が大きい場合に成立し(第5, 6章参照), 供給された熱が装置内に貯えられるため, 仮定(ii)が満足されていない場合と同様, 熱源の温度が初期に急激に上昇する。

このように, 変曲点について3つの原因が考えられ, 定性的には温度変化をそれぞれの原因に応じて解釈することができる。しかし, その原因によってはデータ処理方法が全く異なったものになってしまう。もし, 仮定(ii)が満足されていない, あるいは接触抵抗が大きいとすれば, 変曲点までの温度変化は異常であると考えられるので, 熱伝導率の決定には, これ以後の変化を用いなければならないし, 変曲点が二次元的な熱の流れによるものであれば, 変曲点までの温度変化を用いなければならない。いずれにせよ, データ処理方法や測定誤差を検討するためには, それぞれの原因についてその影響を見積ることが必要である。

1. 比較実験

×3 測定装置を用いて室内で比較実験を行なった。実験には縦1m横1m高さ1.2mの木箱に入れた乾燥した珪砂を用いたが, その熱伝導率は非常に小さく, 0.6×10^{-3} cal/cm·sec·°Cであった。また, 実験では装置の中心部の温度変化とともに, 表面に熱電対(銅-コンスタンチン)をハンダ付けし, 表面の温度変化を測定した。

実験結果を第4図に示した。図中, 白丸は中心温度, 黒丸は表面温度を示す。供給熱量はそれ



第4図 室内の比較測定の結果

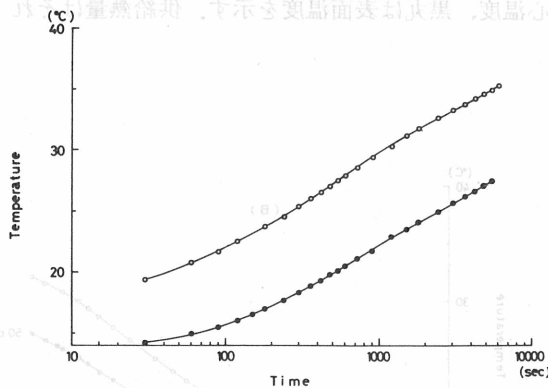
白丸は中心の温度変化, 黒丸は表面の温度変化を示し, 図中の数値は, 珪砂の表面からの深さを示す。(A), (B), (C)は装置(A), (B), (C)による測定であり, 供給熱量はそれぞれ 1.4×10^{-2} , 2.0×10^{-2} , 3.0×10^{-2} cal/cm·secである。

それぞれ 1.4×10^{-2} , 2.0×10^{-2} , 3.0×10^{-2} cal/cm \cdot sec である。装置(A)では、中心温度が 900 sec に変曲点をもつ典型的な S 字形の変化であるのに対し、表面温度は変曲点がなく凹形の変化となっている。さらに、両者には著しい温度差が認められ、明らかに仮定(ii)が満足されていない。しかし、およそ 6000 sec 経過すると、温度上昇率がほぼ等しくなり、熱の流れが定常に達したと考えられる。

装置(B)では、中心温度、表面温度ともに 3000 sec 付近に変曲点をもつ S 字形の変化であるが、温度上昇率にわずかな差があるため、温度差がしだいに増加している。また、装置(C)では、中心部と表面の温度変化がほぼ等しく、いずれも凹形であるが、装置の表面に乾燥したガーゼを巻き接触抵抗を大きくすると、第 5 図に示されるように、変曲点が生じた。実験では極く表層の表面温度を測定していないが、深さ 20~50 cm の温度変化をみるかぎり、温度差が小さく、2 次元的な熱の流れによる影響は比較的小さいといえる。

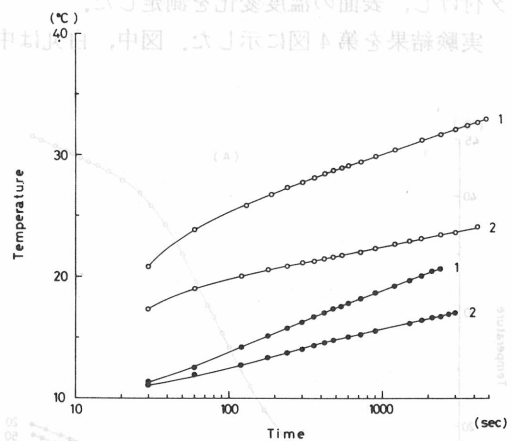
変曲点以後の直線的な温度変化を用いて熱伝導率を決定すると、装置(A), (B), (C)についてそれぞれ 0.56×10^{-3} , 0.55×10^{-3} , 0.60×10^{-3} cal/cm \cdot sec \cdot °C と非常に近い値が得られた。

また、装置(B)および(C)を用いて野外で比較測定した結果、第 6 図に示されるように、直線部分の勾配が供給熱量にほぼ比例し、その勾配から熱伝導率を決定すると、(B): 2.08×10^{-3} , 2.02×10^{-3} cal/cm \cdot sec \cdot °C, (C): 2.33×10^{-3} , 2.28×10^{-3} cal/cm \cdot sec \cdot °C となり、その差は約 15% であった。この結果、2 次元流の影響は比較的小さく、熱伝導率の決定には変曲点以後の直線的な温度変化を用いればよいと思われる。



第 5 図 装置(C)の表面にガーゼを巻き付けたときの温度変化

白丸は中心の温度変化，黒丸は表面の温度変化を示す。供給熱量は 2.0×10^{-2} cal/cm \cdot sec.



第 6 図 野外（北海道北湯沢温泉）における比較測定

白丸は装置(C)，黒丸は装置(B)による測定。供給熱量は $1:3.3 \times 10^{-2}$ cal/cm \cdot sec, $2:5.5 \times 10^{-2}$ cal/cm \cdot sec

5. 数値計算

上述の実験結果を確かめ、測定誤差を見積るために、1 次元モデルおよび 2 次元モデルについて数値計算を行なった。計算に用いた数値は第 1 表にまとめてある。熱伝導率・比熱・密度は理科年表など常用の物理定数表に載っている値であり、それぞれの装置について必ずしも正確な値を与えているとはかぎらない。計算では領域の末端に断熱的な境界をおいたが、領域内の温度変化に影響をおよぼさないように、十分な距離がとってある。

5.1 1 次元モデルによる計算

1 次元モデルでは、無限媒質中に無限長の熱源があって、供給された熱が熱源に垂直に流れて

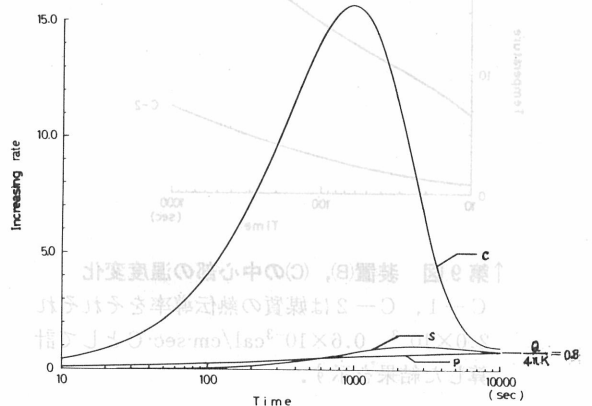
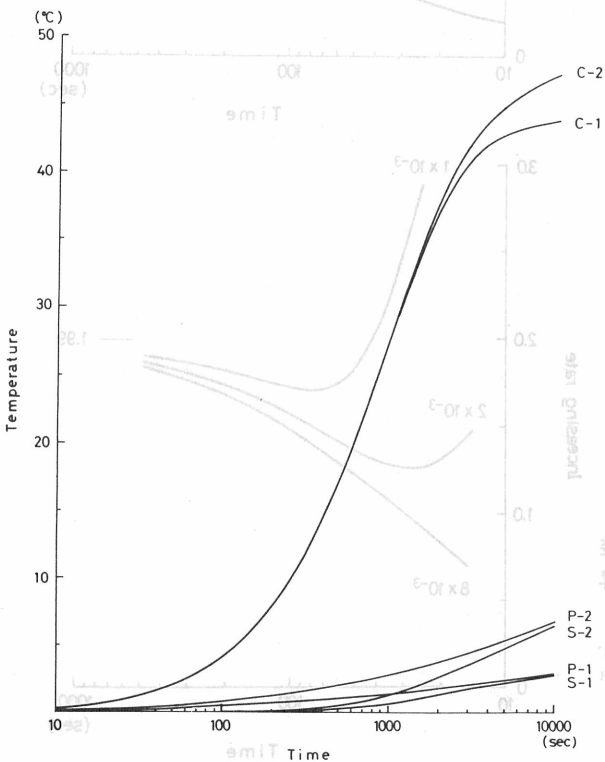
第1表 装置の熱伝導率・熱容量

	熱伝導率 (cal/cm·sec·°C)	熱容量 (°C/cm ³ ·cal)
しんちゅう	2.3×10^{-1}	7.1×10^{-1}
空気	5.5×10^{-4}	1.0×10^{-2}
マグネシア	8.0×10^{-2}	2.0×10^{-1}
テフロンチューブ	1.0×10^{-3}	2.0×10^{-1}
リード線	8.0×10^{-2}	2.0×10^{-1}
布ヒーター	5.0×10^{-2}	2.0×10^{-1}
シースヒーター	1.0×10^{-1}	5.0×10^{-1}
土 壤	2.0×10^{-3}	5.0×10^{-1}
〃	0.6×10^{-3}	5.0×10^{-1}

(供給熱量は装置(A)： 2.0×10^{-2} cal/cm·sec, (B)および(C)： 5.0×10^{-2} cal/cm·secである)

いる場合を考え、測定装置の熱的な特性や接触抵抗による影響を調べた。

第7図は装置(A)に関する計算結果を示したものである。図中、C-1およびC-2は中心温度S-1およびS-2は表面温度であり、添字1, 2は媒質の熱伝導率をそれぞれ 2.0×10^{-3} , 0.6×10^{-3} cal/cm·sec·°Cとして計算した結果を示す。P-1, P-2は測定装置を同じ熱容量の完全導体としたときの温度変化である。中心部の温度変化は野外測定の結果や実験結果と同様典型的なS字形をしているが、表面温度は凹形ではなく、温度上昇率が2500secで極大となることでも判るように(第8図), わずかながらS字形の変化となっている。温度上昇率は極限值： $A = Q/$



↑第8図 温度上昇率の変化

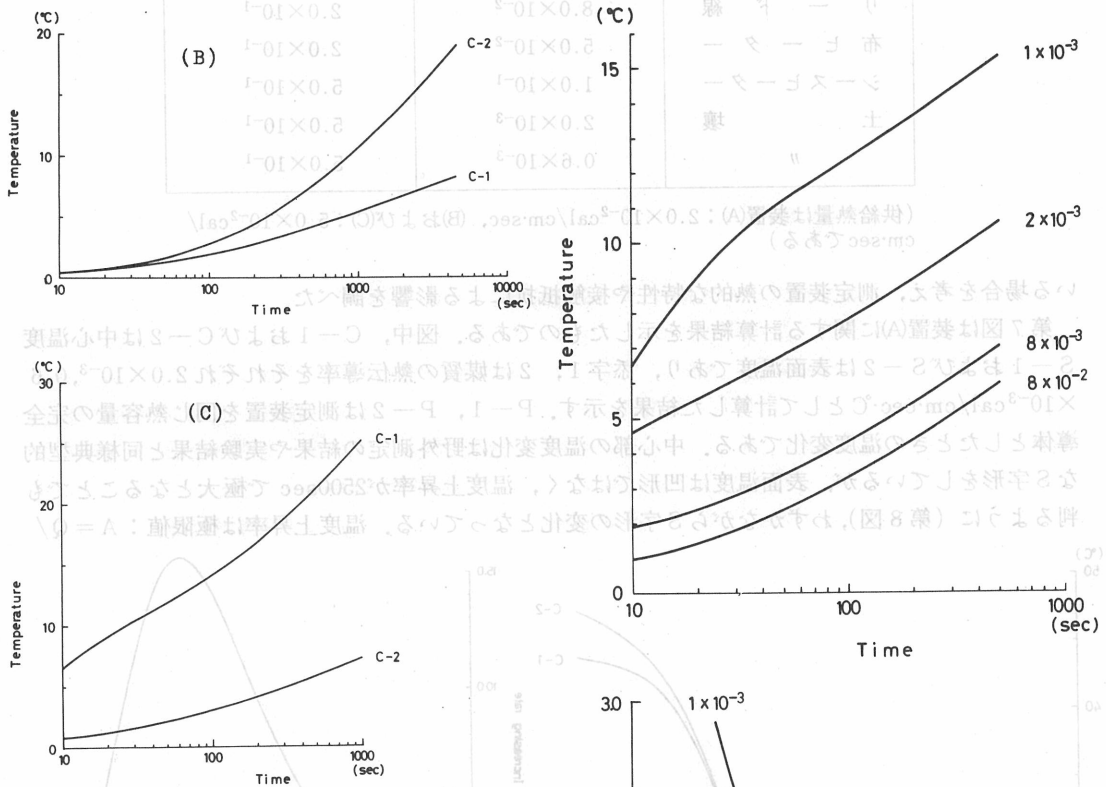
媒質の熱伝導率は 2.0×10^{-3} cal/cm·sec·°C, C, Sは中心部および表面での変化を示し, Pは装置が完全導体であるとしたときの变化を示す。

←第7図 装置(A)についての数値計算の結果

C-1, C-2は中心の温度変化, P-1, P-2は装置が完全導体としたときの温度変化。完全接触, 1, 2は媒質の熱伝導率がそれぞれ 2.0×10^{-3} , 0.6×10^{-3} cal/cm·sec·°Cとして計算。

($4\pi k$)=0.8に収束し、およそ6000sec経過すると、中心部でも約10%の精度で一定値に達したとみなすことができ、この部分の温度変化から熱伝導率が決定できる。

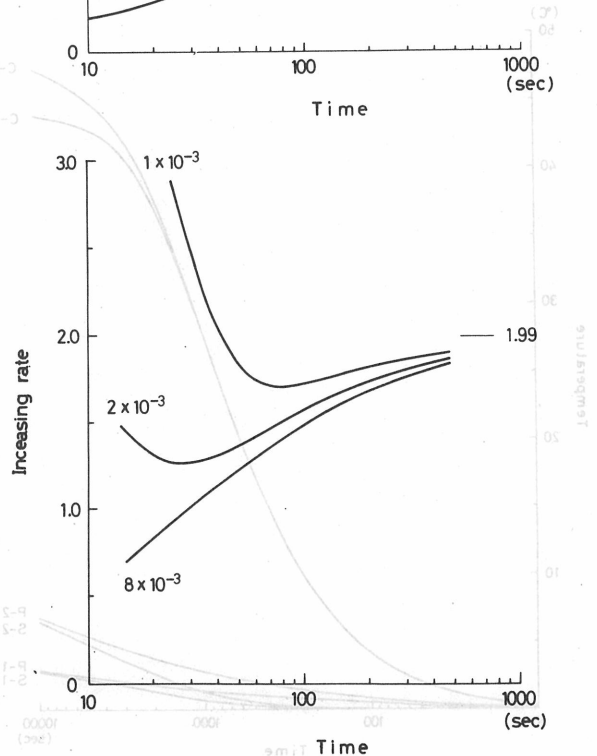
第9図に装置(B)および(C)の中心部の温度変化を示した。表面温度は中心部の温度とほぼ等しく、その差は高々0.2°C程度である。いずれも変曲点がなく凹形であるが、測定装置内部の充填材の熱伝導率を小さくすると、変曲点が生ずる(第10図)。この計算例では、2つの変曲点があり、温度上昇率が2番目の変曲点を経過した後単調に増加して極限值に近づくなど、装置(A)とはやや異なった傾向がみられるが、これは、装置の熱容量やヒーターの位置が異なるためと思われる。

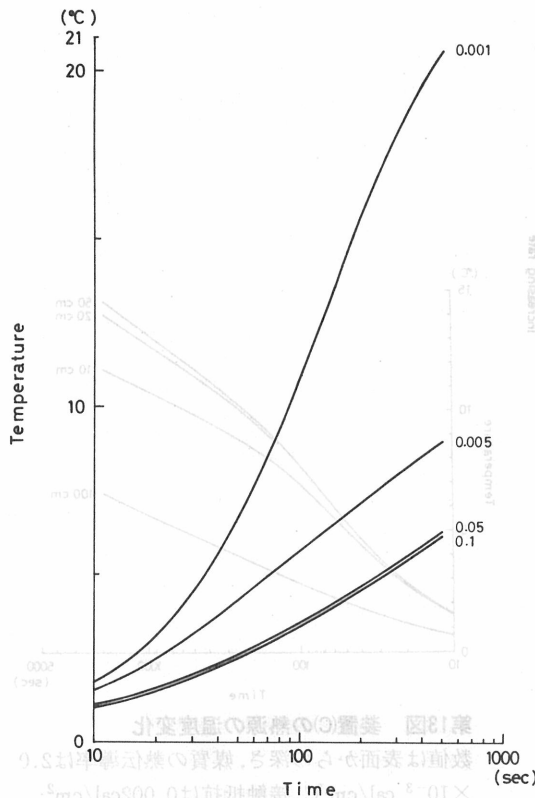


↑第9図 装置(B), (C)の中心部の温度変化
C-1, C-2は媒質の熱伝導率をそれぞれ 2.0×10^{-3} , 0.6×10^{-3} cal/cm·sec·°Cとして計算した結果を示す。

第10図 充填材の熱伝導率を変えたときの装置(C)の中心部の温度変化および上昇率の変化

図中の数値は充填材の熱伝導率(単位cal/cm·sec·°C)を示す。媒質の熱伝導率は 2.0×10^{-3} cal/cm·sec·°C。





第11図 接触抵抗が異なるときの装置(C)の中心部の温度変化

図中の数値は接触抵抗(単位はcal/cm²·sec·°C)を示す。媒質の熱伝導率は2.0×10⁻³cal/cm²·sec·°C。

にしたがって供給された熱が流出していると考えた。ここで、hは放熱係数であり、地表面：0.5, 5cm⁻¹, 装置の表面：10, 50cm⁻¹を与えた。地表面の放熱係数は福富孝治(1962)が北海道の温泉地において1m深地温と0.75m深地温勾配との関係から求めた値0.03~0.3cm⁻¹に比べてかなり大きな値を与えているし、計算結果をみると、ほとんどの場合、測定装置の地上露出部の温度上昇が極めて小さく、時間が充分経過した後でもこの部分がほぼ0°Cに保たれていたもので、測定装置についても野外で測定するときに予想される条件より大きな放熱係数を与えていると考えられ、以下の計算例では野外での測定より装置や地表面を通して流出する熱の影響を大きく見積っているものと思われる。(B)および(C)では、演算時間を短縮するため、装置全体を1つの熱源と考えて計算してある。

第12図は、装置(A)について、測定装置と媒質とが完全に接触しているときの変化を示したものである。図中、実線は中心部(深さ50cm)の温度変化、破線は温度上昇率を示し、鎖線は1次元モデルによる計算結果を示す。およそ1000sec経過すると、2次元的な熱の流れによる影響が現われる。このため、温度上昇率が理論値Q/(4πk)より小さな値に収束している。

第13図に装置(C)の熱源の温度変化を示した。深さ10cm, 20cmおよび100cmでは中心部(深さ50cm)に比べて温度上昇が小さく、明らかに2次元流の影響が認められるが、中心部では、1次元モデ

測定装置と媒質との接触抵抗を大きくすると、第11図に示されるように、熱源の温度が初期に急上昇する。接触抵抗は、θ'を媒質の温度、θを熱源の温度としたとき、装置の表面における境界条件：

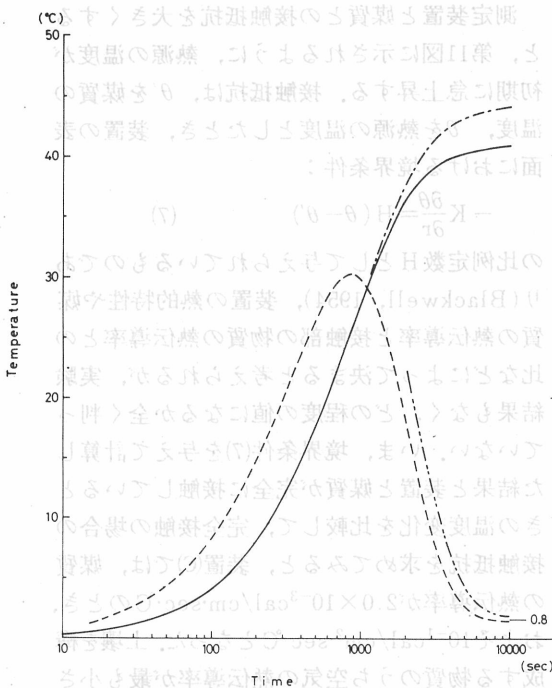
$$-K \frac{\partial \theta}{\partial r} = H(\theta - \theta') \quad (7)$$

の比例定数Hとして与えられているものであり(Blackwell, 1954), 装置の熱的特性や媒質の熱伝導率と接触部の物質の熱伝導率との比などによって決まると考えられるが、実験結果もなく、どの程度の値になるか全く判っていない。いま、境界条件(7)を与えて計算した結果と装置と媒質が完全に接触しているときの温度変化を比較して、完全接触の場合の接触抵抗を求めてみると、装置(C)では、媒質の熱伝導率が2.0×10⁻³cal/cm²·sec·°Cのとき、およそ10⁻¹cal/cm²·sec·°Cとなった。土壌を構成する物質のうち空気の熱伝導率が最も小さいので、測定装置と媒質とが完全に離れているときに、接触抵抗が最大(Hが最小)となるが、熱伝導率の比から単純にその値を見積ると、10⁻³cal/cm²·sec·°C位になる。

5.1 2次元モデルによる計算

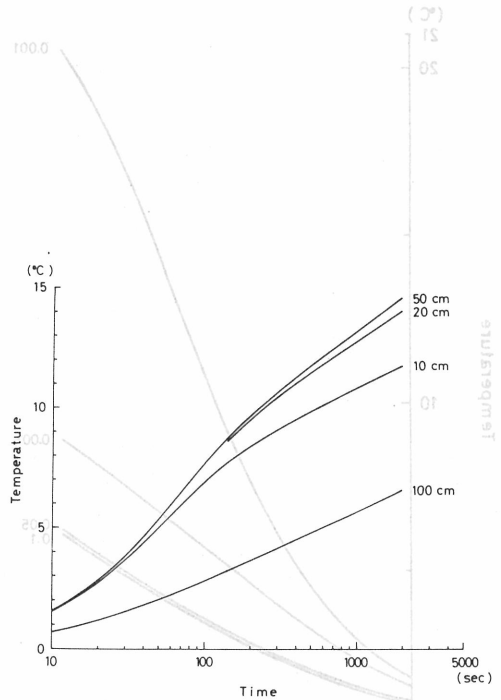
2次元モデルでは、地表面および装置の地上露出部から

$$\frac{\partial \theta}{\partial n} = h\theta \quad (8)$$



第12図 装置(A)についての2次元モデルによる計算結果

実線は中心部の温度変化、破線は温度上昇率の変化を示し、鎖線は1次元モデルによる計算結果を示す媒質の熱伝導率は $2.0 \times 10^{-3} \text{ cal/cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{°C}$ 、完全接触。



第13図 装置(C)の熱源の温度変化

数値は表面からの深さ、媒質の熱伝導率は $2.0 \times 10^{-3} \text{ cal/cm} \cdot \text{°C} \cdot \text{sec}$ 、接触抵抗は $0.002 \text{ cal/cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{°C}$ 。

ルによる計算結果と比較して、温度差が高々 0.1 °C にすぎないので、この影響はほとんどないと考えてよい。また、深さ 5 cm の水平面を通過して上方に流出する熱量は時間の経過とともに増加し、 2000 sec 後には、装置を通過して 0.23 cal/sec 、媒質を通過して 0.03 cal/sec となるが、これは深さ $5 \sim 50 \text{ cm}$ の間に供給されている熱量 2.25 cal/sec のそれぞれ $10.2, 1.3\%$ にすぎず、熱源から供給された熱は大部分が水平方向に流れていると考えられる。接触抵抗を大きくすると、第14図にみられるように、変曲点が生じ、その位置がしだいに後方にずれる。装置(C)は装置の熱容量が小さいため、温度上昇率が比較的早く一定値に近づき、 1000 sec 経過したとき極限值との差が 5% 以下になる。装置(B)ではこの差がやや大きく、 10% 位である。

このように、2次元的な熱の流れによる影響は比較的小さく、温度変化に変曲点が生ずるのは仮定(ii)が満足されていない、あるいは接触抵抗が大きいためであり、熱伝導率の決定には、変曲点を経過した後の直線的な温度変化を用いればよい。このとき、測定誤差は、測定装置や接触抵抗にもよるが、およそ 10% と見積られる。

6. 測定例

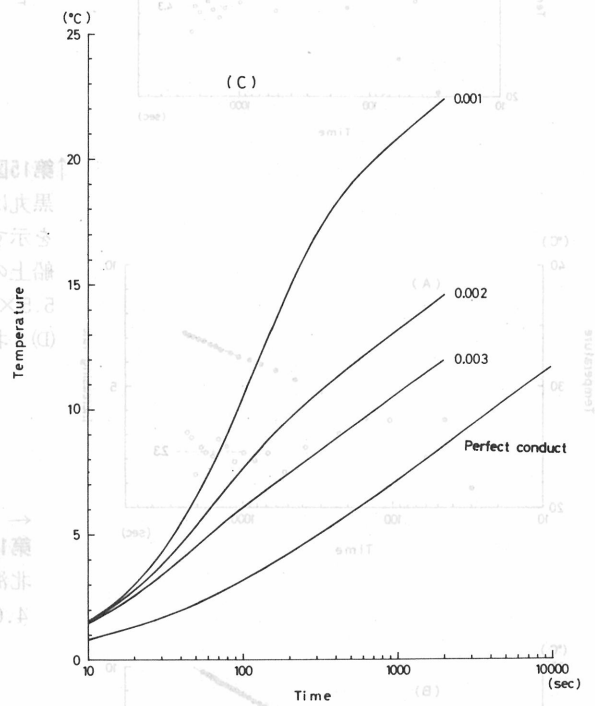
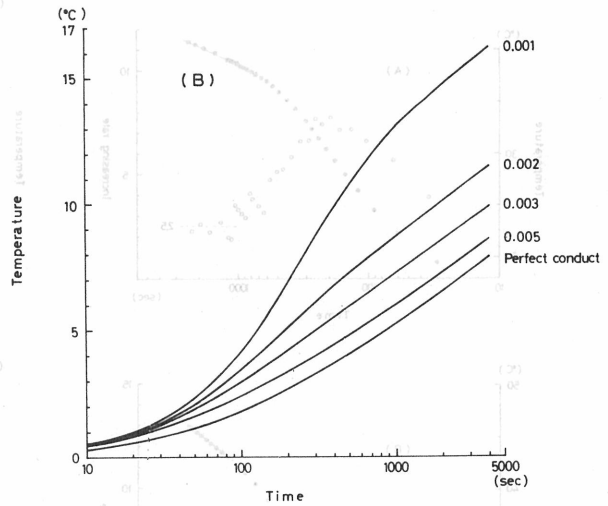
第15図は装置(B)を用いて野外で測定した結果を示したものである。図中、黒丸は熱源の温度変化、白丸は温度上昇率の変化を示す。温度はサーミスタ温度計から直接読み取った。温度上昇率が非常にばらついているが、これは主に温度の測定誤差によるものである。

800sec以後の温度変化を直線とみなし、直線と勾配から熱伝導率を決定すると、(A)、(B)、(C)についてそれぞれ 2.0×10^{-3} 、 2.1×10^{-3} 、 $2.2 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot\text{C}$ となった。しかし、(C)は測定時間が短かすぎ、温度上昇率が極限值に十分近づいているとはいえないが、最終的には図の鎖線付近に落ち着くものと思われるが、この値を用いると、熱伝導率が $2.8 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot\text{C}$ となり、約30%も大きくなる。このように、熱伝導率の決定にあたっては温度変化だけでなく、温度上昇率の変化を調べ、上昇率が極限值に達したかどうかを確認することが必要である。野外の測定では、図(D)に示されるように、熱源の温度がほとんど上昇しなくなることがある。これは地下水や空気の流動にともなって熱が輸送されるためであり、特に測定装置と土壤との間に大きな空隙があって空気が大気中に流出するときには大きな影響を受けるが、その影響を見積ることは極めて難かしいので、測定の際、装置と土壤との接触をよくするように注意するとともに、図のような温度変化や異常に大きな熱伝導率が得られたならば、再測定すべきである。

第16図に装置(C)による測定例を示した直線部分の勾配から熱伝導率を決定すると、それぞれ 1.6×10^{-3} 、 $0.9 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot\text{C}$ となった。この装置は熱容量が小さく、温度上昇率が早く極限值に近づくので、安定した測定が期待できる。測定時間も30分程度でよく、装置(B)のおよそ1時間間に比べ、かなり短かくてすむ。

7. 結 語

内部構造は大きさの異なる3つの測定装置を用いて比較実験し数値計算した結果、熱源の温度変化を片対数にプロットしたとき、変曲点が生ずるのは装置内に熱伝導率が小さい物質がある、あるいは



第14図 装置(B)、(C)の中心部の温度変化
 図中の数値は接触抵抗(単位 $\text{cal/cm}^2\cdot\text{sec}\cdot\text{C}$)
 C)を示す。媒質の熱伝導率は $2.0 \times 10^{-3} \text{ cal/cm}\cdot\text{sec}\cdot\text{C}$ 。

